UNIVERSITÉ MONTPELLIER II **Année 2014-2015**

Calculus

Contrôle continu 1

Exercice 1 (Fonctions polynômiales)

1. Résoudre l'équation $2x^2 + x - 6 = 0$.
   On donne $P(x) = 2x^3 - x^2 - 7x + 6$.
2. Calculer $P(1)$.
3. En déduire les solutions de l'équation $P(x) = 0$.

Exercice 2 (Fonctions)

Les questions sont indépendantes.

1. Trouver l'ensemble de définition de la fonction f donnée par
$$f(x) = \ln(-x^2 + 3x - 2).$$
2. On donne $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ et $g :]0, +\infty[\to \mathbb{R}$ définies par $f(x) = -x^2$ et $g(x) = \ln x$. Que dire de $f \circ g$ (domaine de définition, expression) ? Et de $g \circ f$?
3. Calculer les dérivées des fonctions f, g, h données par
$$f(x) = xe^{x^2}, \quad g(x) = \frac{x}{1+x^2}, \quad h(x) = \ln(x^2 + e^x).$$
4. Dresser le tableau de variations (avec les limites) de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par
$$f(x) = x^2 e^x.$$

Exercice 3 (Trigonométrie)

Les questions sont indépendantes.

1. Calculer $\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}$. Calculer $\cos \frac{\pi}{12}$.
2. Résoudre l'équation $\sin(2x) = \sin(x + \frac{\pi}{3})$. Représenter également les “points solutions” sur le cercle trigonométrique.

Exercice 4 (Sommes)

Les questions sont indépendantes.

1. On rappelle que $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$. Calculer
$$\sum_{k=1}^{n} (2k+1).$$
   En remarquant que $2k + 1 = (k+1)^2 - k^2$, retrouver ce résultat grâce à un télescopage.
2. En raisonnant par récurrence montrer que, pour tout $n \geq 1$,
$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$