

**Traitement du Signal (L3 méca)****Exercice 1 (Les questions sont indépendantes)**

1. Donner la forme algébrique de  $(\sqrt{3} + i)^{20}$ .
2. Linéariser  $(\sin \theta)^5$ .

**Exercice 2 (Les questions sont indépendantes)**

1. Une voiture se déplace à une vitesse  $v(t) = 70 - \frac{30}{1+t^2}$  km/h ( $t$  est exprimé en heures). Quelle est la distance parcourue entre  $t = 0$  et  $t = 2$  ?
2. Justifier l'existence de l'intégrale  $\int_0^{+\infty} e^{-2t} \sin t dt$  puis la calculer.

**Exercice 3**

Soit  $f$  la fonction  $2\pi$ -périodique sur  $\mathbb{R}$  définie par

$$f(x) = x^2 \quad \text{si } x \in ]-\pi, \pi]$$

1. Représenter le graphe de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-3\pi; 4\pi]$ .
2. Calculer les coefficients de Fourier (réels) de  $f$ . Représenter le spectre d'amplitude.
3. L'écriture de  $f$  comme somme de sa série de Fourier est-elle valable en tout  $x \in \mathbb{R}$ ? Pourquoi ?
4. Dédire des questions précédentes les valeurs de

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \quad \text{et} \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}.$$

5. Dédire des questions précédentes la valeur de

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^4}.$$